

Coelum Australe

Jornal Pessoal de Astronomia, Física e Matemática - Produzido por Irineu Gomes Varella

Criado em 1995 – Retomado em Junho de 2012 – Ano III – Nº 023 - Agosto de 2012

MÉTODOS DE ORDENAÇÃO

Prof. Irineu Gomes Varella, BSc.,Lic.,Esp.

© 1997 - Direitos autorais reservados - Proibida a reprodução.

1. OBJETIVOS

O presente texto é dirigido aos professores de matemática com a finalidade de auxiliá-los na tarefa de introduzir os conceitos e métodos de ordenação, através de um experimento simples, que pode ser realizado com baixo custo, permitindo uma atividade lúdica e intelectual para os seus alunos. Pretende-se, também, que um primeiro conceito de algoritmo, como uma coleção ordenada de instruções que permitem chegar à solução de um problema, seja incorporada pelos alunos.

2. INTRODUÇÃO

A ordenação é uma atividade fundamental e universalmente adotada para organizar classes de objetos, visando à sua rápida localização. Há inúmeros exemplos que podemos citar, do cotidiano dos alunos, realçando a sua necessidade e praticidade, nos momentos que precisamos, por exemplo, localizar uma informação:

- a) a ordenação alfabética encontra-se presente nos dicionários, nas enciclopédias, nas listas telefônicas dos assinantes e etc;
- b) a ordenação numérica surge, também, a todo momento, nas listas dos classificados de um concurso vestibular e nos resultados de competições esportivas;
- c) ocorrem ainda, as ordenações dos dois tipos simultaneamente, como nas listas telefônicas de endereços, onde as ruas estão ordenadas alfabeticamente e, em cada uma delas, estão ordenados os assinantes pelo número de sua residência.

O estudo dos processos de ordenação tem a sua importância principal no que se refere aos procedimentos que devem ser utilizados para se obter a ordenação de um determinado conjunto de dados. Estes procedimentos (algoritmos) constituem-se na parte principal deste trabalho.

3. UM EXPERIMENTO

Os processos de ordenação podem ser bem melhor compreendidos através da realização prática de uma atividade em grupo com os alunos. A função da atividade é criar as condições necessárias para a exposição dos métodos mais usuais de ordenação, fazendo com que, previamente, tenham refletido e, possivelmente, resolvido um problema desse tipo, por algum método. O professor poderá dividir a sua classe em grupos de 3 ou 4 alunos e propor a tarefa de ordenar um conjunto de números, utilizando o material e as condições adiante expostas.

3.1 - MATERIAL NECESSÁRIO AO "KIT" DE CADA GRUPO:

- a) 1 cartolina
- b) 8 envelopes de papel opaco
- c) 8 cartões de tamanho apropriado para serem inseridos nos envelopes

3.2 - PREPARO DO EXPERIMENTO:

Os envelopes deverão ser colados na cartolina, pela sua face lisa, ficando à mostra, o lado da abertura, por onde serão, posteriormente, inseridos os cartões. Uma disposição adequada para os envelopes é mostrada na figura 1:

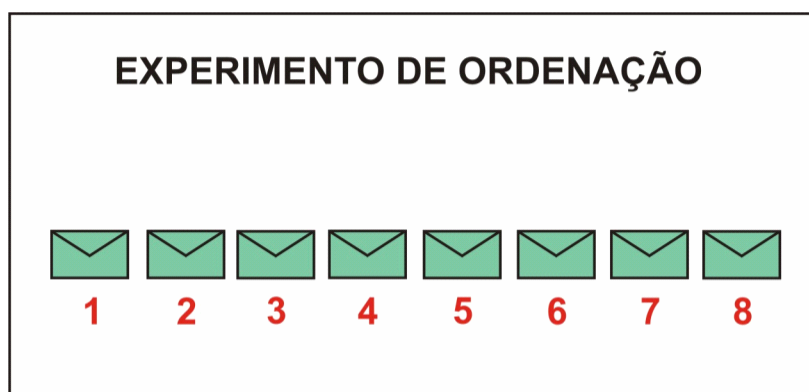


Fig.1 - Envelopes colados à uma cartolina e contendo números em seu interior.

Em cada cartão será escrito um número. Não há a necessidade que todos sejam diferentes. Em seguida, os oito cartões devem ser inseridos um em cada envelope.

Para posteriormente facilitar a descrição dos processos de ordenação, atribuímos uma numeração aos envelopes, da esquerda para a direita, e nos referiremos a eles indistintamente como envelopes 1, 2, etc. ou posições 1, 2, etc.

3.3 - A ATIVIDADE DOS ALUNOS

Cada grupo de alunos ao receber seu material terá como atividade ordenar os números contidos nos envelopes, respeitando às seguintes regras:

1ª - Só será permitido, em cada etapa, retirar dois cartões e ler seus conteúdos (figura 2);

2ª - Permite-se trocar os conteúdos de dois envelopes que estejam sendo lidos em um determinado momento;

3ª - Não será permitida a utilização, por parte do grupo, do conhecimento da posição em que um determinado número se encontra, ou seja, não será permitida a memorização dos conteúdos dos envelopes que já foram consultados.

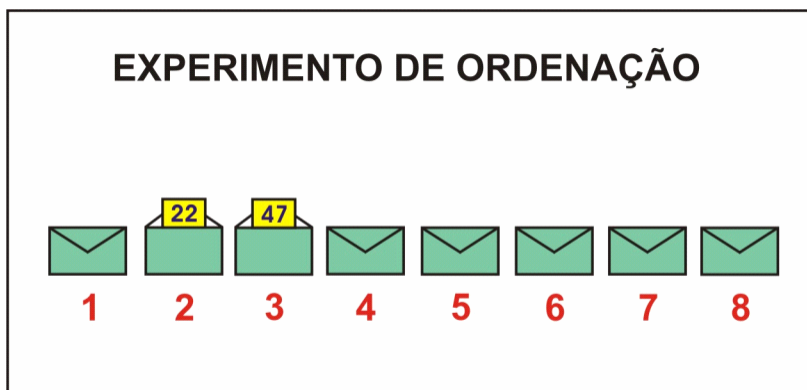


Fig.2 - Leitura do conteúdo de dois envelopes.

4. - MÉTODOS DE ORDENAÇÃO

É possível que durante a atividade, os diversos grupos tenham conseguido desempenhar a sua tarefa utilizando métodos diferentes. O professor poderá, então, solicitar que cada grupo que alcançou uma conclusão exponha o procedimento utilizado e, em seguida, faça uma análise geral, para todo o conjunto dos alunos, dos procedimentos adotados. É muito provável, que os processos empregados não difiram, substancialmente, dos três métodos que abaixo expomos.

Todos eles estão adiante discutidos com detalhes, incluindo uma simulação de seus procedimentos com a finalidade de ordenar, de forma crescente, a seqüência dos números 37, 22, 47, 81, 16, 59, 47 e 64.

4.1 - O MÉTODO DA SELEÇÃO

Neste procedimento vamos determinar o menor dos elementos de uma seqüência e colocá-lo na posição 1 (envelope 1). Levantamos os cartões correspondentes às posições 1 e 2 e comparamos os números neles inscritos. Se o cartão do envelope 1 for menor ou igual ao do envelope 2, não efetuamos a troca e os guardamos nas suas respectivas posições. Caso contrário, trocamos os cartões de lugar.

Assim procedendo, deixamos no primeiro envelope o menor dos números entre as posições 1 e 2. Em seguida, repetimos o procedimento para os envelopes 1 e 3, 1 e 4, 1 e 5, até o último. Com esse procedimento garantimos que o menor dos números esteja colocado no primeiro envelope.

O passo seguinte é colocar o número imediatamente maior (ou igual) ao anterior, no segundo envelope, o que pode ser conseguido repetindo o processo anterior, comparando, agora, os conteúdos dos envelopes 2 e 3, 2 e 4, etc.

SIMULAÇÃO: Com a finalidade de tornar claro o processo acima descrito efetuaremos uma simulação, tomando-se a seqüência dos números: 37, 22, 47, 81, 16, 59, 47, e 64. Nos diferentes passos e comparações representaremos os números que estarão sendo comparados em cor vermelha e aqueles que chegarem à sua posição final, em azul.

Situação inicial: 37, 22, 47, 81, 16, 59, 47, 64

PRIMEIRO PASSO: Comparar o primeiro elemento com cada um à sua direita e efetuar uma troca quando necessário. O objetivo desta etapa é colocar o menor dos números na posição 1:

1ª comparação :	22 , 37 , 47 , 81 , 16 , 59 , 47 , 64	Trocou-se 37 com 22
2ª comparação :	22 , 37 , 47 , 81 , 16 , 59 , 47 , 64	Permanece, pois 22<47
3ª comparação :	22 , 37 , 47 , 81 , 16 , 59 , 47 , 64	Permanece, pois 22<81
4ª comparação :	16 , 37 , 47 , 81 , 22 , 59 , 47 , 64	Trocou-se 22 com 16
5ª comparação :	16 , 37 , 47 , 81 , 22 , 59 , 47 , 64	Permanece, pois 16<59
6ª comparação :	16 , 37 , 47 , 81 , 22 , 59 , 47 , 64	Permanece, pois 16<47
7ª comparação :	16 , 37 , 47 , 81 , 22 , 59 , 47 , 64	Permanece, pois 16<64

Foram efetuadas sete comparações e determinamos o menor elemento da relação (16) que ficou colocado na posição mais à esquerda.

SEGUNDO PASSO: Comparar o segundo elemento com cada um à sua direita e efetuar uma troca quando necessário. A finalidade, agora, é colocar o menor dos números dos envelopes de 2 a 8, na posição 2. A situação inicial para este passo é a situação final do passo anterior:

Situação inicial para este passo : 16 , 37 , 47 , 81 , 22 , 59 , 47 , 64

1ª comparação :	16 , 37 , 47 , 81 , 22 , 59 , 47 , 64	Permanece, pois 37<47
2ª comparação :	16 , 37 , 47 , 81 , 22 , 59 , 47 , 64	Permanece, pois 37<81
3ª comparação :	16 , 22 , 47 , 81 , 37 , 59 , 47 , 64	Trocou-se 37 com 22
4ª comparação :	16 , 22 , 47 , 81 , 37 , 59 , 47 , 64	Permanece, pois 22<59
5ª comparação :	16 , 22 , 47 , 81 , 37 , 59 , 47 , 64	Permanece, pois 22<47
6ª comparação :	16 , 22 , 47 , 81 , 37 , 59 , 47 , 64	Permanece, pois 22<64

TERCEIRO PASSO : Compara-se o terceiro elemento com cada um situado à sua direita, efetuando-se a troca quando necessário, para que o menor dos números entre os envelopes de 3 a 8 seja colocado na posição 3. A situação inicial para este passo é, como antes, a situação final do passo anterior:

Situação inicial para este passo: 16 , 22 , 47 , 81 , 37 , 59 , 47 , 64

1ª comparação :	16 , 22 , 47 , 81 , 37 , 59 , 47 , 64	Permanece, pois 47<81
2ª comparação :	16 , 22 , 37 , 81 , 47 , 59 , 47 , 64	Trocou-se 47 com 37
3ª comparação :	16 , 22 , 37 , 81 , 47 , 59 , 47 , 64	Permanece, pois 37<59
4ª comparação :	16 , 22 , 37 , 81 , 47 , 59 , 47 , 64	Permanece, pois 37<47
5ª comparação :	16 , 22 , 37 , 81 , 47 , 59 , 47 , 64	Permanece, pois 37<64

QUARTO PASSO : Compara-se o quarto elemento com cada um situado à sua direita, efetuando-se a troca quando necessário. A situação inicial para este passo é a situação final do passo anterior:

Situação inicial para este passo: 16 , 22 , 37 , 81 , 47 , 59 , 47 , 64

1ª comparação : 16 , 22 , 37 , 47 , 81 , 59 , 47 , 64 Trocou-se 81 com 47
 2ª comparação : 16 , 22 , 37 , 47 , 81 , 59 , 47 , 64 Permanece, pois 47<59
 3ª comparação : 16 , 22 , 37 , 47 , 81 , 59 , 47 , 64 Permanece, pois 47=47
 4ª comparação : 16 , 22 , 37 , 47 , 81 , 59 , 47 , 64 Permanece, pois 47<64

QUINTO PASSO : Compara-se o quinto elemento com cada um situado à sua direita, efetuando-se a troca quando necessário. A situação inicial para este passo é a situação final do passo anterior:

Situação inicial para este passo: 16 , 22 , 37 , 47 , 81 , 59 , 47 , 64

1ª comparação : 16 , 22 , 37 , 47 , 59 , 81 , 47 , 64 Trocou-se 81 com 59
 2ª comparação : 16 , 22 , 37 , 47 , 47 , 81 , 59 , 64 Trocou-se 59 com 47
 3ª comparação : 16 , 22 , 37 , 47 , 47 , 81 , 59 , 64 Permanece, pois 47<64

SEXTO PASSO : Compara-se o sexto elemento com cada um situado à sua direita, efetuando-se a troca quando necessário. A situação inicial para este passo é a situação final do passo anterior:

Situação inicial para este passo: 16 , 22 , 37 , 47 , 47 , 81 , 59 , 64

1ª comparação : 16 , 22 , 37 , 47 , 47 , 59 , 81 , 64 Trocou-se 59 com 81
 2ª comparação : 16 , 22 , 37 , 47 , 47 , 59 , 81 , 64 Permanece, pois 59<64

SÉTIMO PASSO : Compara-se o sétimo elemento com cada um situado à sua direita, efetuando-se a troca quando necessário. A situação inicial para este passo é a situação final do passo anterior:

Situação inicial para este passo: 16 , 22 , 37 , 47 , 47 , 59 , 81 , 64

1ª comparação : 16 , 22 , 37 , 47 , 47 , 59 , 64 , 81 Trocou-se 64 com 81

Com essa última comparação e troca, a lista ficou **ORDENADA**.

4.2 - O MÉTODO DA INSERÇÃO

O método da inserção consiste em ordenar pequenos grupos que vamos criando a partir do primeiro elemento e inserindo, em cada passo, um novo elemento no grupo que já se encontrava ordenado, reordenando-o novamente, através de trocas de posições. O menor grupo que podemos formar com os números de uma seqüência é um grupo constituído de apenas um número. Ele, obviamente, encontra-se ordenado. Desta forma, podemos iniciar o processo formando um grupo unitário com o elemento mais à esquerda da lista: o conteúdo do envelope número um.

Em seguida, acrescentamos ao grupo o primeiro número à sua direita. Efetuamos a comparação: se o elemento inserido for maior ou igual ao que já fazia parte do grupo, não efetuamos uma troca. Se for menor, permutamos sua posição. Com isso, estabelecemos a ordem crescente dentro do grupo formado.

Cada novo elemento inserido é comparado com o elemento imediatamente à sua esquerda. Se for maior ou igual, não há troca a ser feita. Se for menor, efetua-se a permutação

deste com aquele. Em cada situação em que o elemento inserido for trocado pelo que se encontrava à sua esquerda (significando que ele era menor que o maior elemento do grupo original), devemos efetuar uma nova comparação com o número que agora se encontrar à sua esquerda. Ocorrerá uma nova troca se ele for menor e repete-se o procedimento na sua nova posição.

Considerando a seqüência que usamos antes, temos:

Situação inicial: 37, 22, 47, 81, 16, 59, 47, 64

1º grupo (inicial) :	[37], 22, 47, 81, 16, 59, 47, 64	
1ª INSERÇÃO :	[37, 22], 47, 81, 16, 59, 47, 64	Inseriu-se o 22
1ª comparação:	[22, 37], 47, 81, 16, 59, 47, 64	Trocou-se 22 com 37
2ª INSERÇÃO :	[22, 37, 47], 81, 16, 59, 47, 64	Inseriu-se o 47
1ª comparação:	[22, 37, 47], 81, 16, 59, 47, 64	Permanece, pois 47 > 37
3ª INSERÇÃO :	[22, 37, 47, 81], 16, 59, 47, 64	Inseriu-se o 81
1ª comparação:	[22, 37, 47, 81], 16, 59, 47, 64	Permanece, pois 81 > 47
4ª INSERÇÃO :	[22, 37, 47, 81, 16], 59, 47, 64	Inseriu-se o 16
1ª comparação:	[22, 37, 47, 16, 81], 59, 47, 64	Trocou-se 16 com 81
2ª comparação:	[22, 37, 16, 47, 81], 59, 47, 64	Trocou-se 16 com 47
3ª comparação:	[22, 16, 37, 47, 81], 59, 47, 64	Trocou-se 16 com 37
4ª comparação:	[16, 22, 37, 47, 81], 59, 47, 64	Trocou-se 16 com 22
5ª INSERÇÃO :	[16, 22, 37, 47, 81, 59], 47, 64	Inseriu-se o 59
1ª comparação:	[16, 22, 37, 47, 59, 81], 47, 64	Troca-se 59 com 81
2ª comparação:	[16, 22, 37, 47, 59, 81], 47, 64	Permanece, pois 59 > 47
6ª INSERÇÃO :	[16, 22, 37, 47, 59, 81, 47], 64	Inseriu-se o 47
1ª comparação:	[16, 22, 37, 47, 59, 47, 81], 64	Troca-se 47 com 81
2ª comparação:	[16, 22, 37, 47, 47, 59, 81], 64	Troca-se 47 com 59
3ª comparação:	[16, 22, 37, 47, 47, 59, 81], 64	Permanece, pois 47=47
7ª INSERÇÃO :	[16, 22, 37, 47, 47, 59, 81, 64]	Inseriu-se o 64
1ª comparação:	[16, 22, 37, 47, 47, 59, 64, 81]	Troca-se o 64 com 81
2ª comparação:	[16, 22, 37, 47, 47, 59, 64, 81]	Permanece, pois 64 > 59

Termina o processo com a seqüência ORDENADA.

4.3 - O MÉTODO DA BOLHA

Um terceiro procedimento, chamado método da bolha, poderá ser aplicado à nossa lista de números, consistindo, inicialmente, na comparação entre os dois primeiros números (os das posições 1 e 2). Se o da posição 1 for maior que o da posição 2, efetuamos uma troca. Caso contrário eles permanecem em suas posições originais. Em seguida, comparamos os das posições 2 e 3 e agimos como antes: só efetuamos a troca se o da posição 2 for maior que o da posição 3, e assim por diante com os números das posições 3 e 4, 4 e 5, ... até efetuarmos a comparação entre aqueles que ocupam as posições 7 e 8.

Com isso deslocamos o maior deles para a última posição (a posição 8, mais à direita). O maior número, por assim dizer, "borbulha" para a posição "mais elevada", como as bolhas, em um líquido, elevam-se para a sua superfície. A simulação adiante, ilustra o processo completo para o leitor. Como nas simulações anteriores, os números que estarão sendo comparados serão representados em vermelho e aqueles que já tenham atingido sua posição final, em azul.

Situação inicial: 37, 22, 47, 81, 16, 59, 47, 64

PRIMEIRO PASSO: Efetuar as comparações antes descritas, com a finalidade de colocar o maior dos números na posição 8:

1ª comparação:	22, 37, 47, 81, 16, 59, 47, 64	Trocou-se 22 com 37
2ª comparação:	22, 37, 47, 81, 16, 59, 47, 64	Permanece, pois 37<47
3ª comparação:	22, 37, 47, 81, 16, 59, 47, 64	Permanece, pois 47<81
4ª comparação:	22, 37, 47, 16, 81, 59, 47, 64	Trocou-se 16 com 81
5ª comparação:	22, 37, 47, 16, 59, 81, 47, 64	Trocou-se 59 com 81
6ª comparação:	22, 37, 47, 16, 59, 47, 81, 64	Trocou-se 47 com 81
7ª comparação:	22, 37, 47, 16, 59, 47, 64, 81	Trocou-se 64 com 81

Com a seqüência de comparações e trocas anteriores, o número 81 (o maior da lista) "borbulhou" para a posição 8.

SEGUNDO PASSO: Tomando-se a situação final do passo anterior como inicial, vamos fazer "borbulhar" um segundo número (menor ou igual ao que já se encontra na posição 8) para a posição 7:

Situação inicial:	22, 37, 47, 16, 59, 47, 64, 81	
1ª comparação:	22, 37, 47, 16, 59, 47, 64, 81	Permanece, pois 22<37
2ª comparação:	22, 37, 47, 16, 59, 47, 64, 81	Permanece, pois 37<47
3ª comparação:	22, 37, 16, 47, 59, 47, 64, 81	Trocou-se 16 com 47
4ª comparação:	22, 37, 16, 47, 59, 47, 64, 81	Permanece, pois 47<59
5ª comparação:	22, 37, 16, 47, 47, 59, 64, 81	Trocou-se 47 com 59
6ª comparação:	22, 37, 16, 47, 47, 59, 64, 81	Permanece, pois 59<64

Encerra-se o segundo passo, com a posição 7 ocupada pelo número 64.

TERCEIRO PASSO: Como o leitor já percebeu, nosso objetivo é transferir um número (menor ou igual ao 64) para a posição 6, partindo da última seqüência do passo anterior.

Situação inicial:	22, 37, 16, 47, 47, 59, 64, 81	
1ª comparação:	22, 37, 16, 47, 47, 59, 64, 81	Permanece, pois 22<37
2ª comparação:	22, 16, 37, 47, 47, 59, 64, 81	Trocou-se 37 com 16
3ª comparação:	22, 16, 37, 47, 47, 59, 64, 81	Permanece, pois 37<47
4ª comparação:	22, 16, 37, 47, 47, 59, 64, 81	Permanece, pois 47=47
5ª comparação:	22, 16, 37, 47, 47, 59, 64, 81	Permanece, pois 47<59

Encerra-se o passo com o número 59 na sexta posição.

QUARTO PASSO: Preencher a quinta posição com um número menor ou igual àquele que se encontra na posição 6:

Situação inicial:	22, 16, 37, 47, 47, 59, 64, 81	
1ª comparação:	16, 22, 37, 47, 47, 59, 64, 81	Trocou-se 22 com 16
2ª comparação:	16, 22, 37, 47, 47, 59, 64, 81	Permanece, pois 22<37
3ª comparação:	16, 22, 37, 47, 47, 59, 64, 81	Permanece, pois 37<47
4ª comparação:	16, 22, 37, 47, 47, 59, 64, 81	Permanece, pois 47=47

QUINTO PASSO: Preencher a quarta posição com um número menor ou igual àquele que se encontra na posição 5:

Situação inicial: 16, 22, 37, 47, 47, 59, 64, 81

1ª comparação:	16, 22, 37, 47, 47, 59, 64, 81	Permanece, pois 16<22
2ª comparação:	16, 22, 37, 47, 47, 59, 64, 81	Permanece, pois 22<37
3ª comparação:	16, 22, 37, 47, 47, 59, 64, 81	Permanece, pois 37<47

SEXTO PASSO: Preencher a terceira posição com um número menor ou igual àquele que se encontra na posição 4:

Situação inicial: 16, 22, 37, 47, 47, 59, 64, 81

1ª comparação:	16, 22, 37, 47, 47, 59, 64, 81	Permanece, pois 16<22
2ª comparação:	16, 22, 37, 47, 47, 59, 64, 81	Permanece, pois 22<37

SÉTIMO PASSO: Preencher a segunda posição com um número menor ou igual àquele que se encontra na posição 3:

Situação inicial: 16, 22, 37, 47, 47, 59, 64, 81

1ª comparação:	16, 22, 37, 47, 47, 59, 64, 81	Permanece, pois 16<22
----------------	--------------------------------	-----------------------

O processo finaliza com a seqüência ORDENADA.

5. ANÁLISE DOS MÉTODOS

Vamos, a seguir, efetuar uma breve análise dos três processos apresentados, enfocando seus aspectos básicos e discutindo a sua aplicação em situações particulares.

5.1 - MÉTODO DA SELEÇÃO

Como vimos, na primeira etapa do processo de seleção, colocamos o menor dos números na primeira posição (à esquerda), comparando-o com cada um dos demais.

Em uma seqüência de n números haverá, portanto, a necessidade de $(n-1)$ comparações. No segundo passo, quando desejarmos repetir o processo para colocar o segundo menor número (ou igual ao primeiro) na posição 2, ocorrerão $(n-2)$ comparações e assim por diante para os demais.

Nem sempre, durante as comparações, haverá trocas. Na situação mais desfavorável em que desejamos ordenar de forma crescente uma lista de números que se encontra originalmente decrescente, será necessário efetuar tantas trocas quantas comparações. De qualquer modo, o número de comparações efetuadas será:

- $(n - 1)$ no primeiro passo;
- $(n - 2)$ no segundo passo;
- $(n - 3)$ no terceiro passo, até...
- Uma comparação no $(n-1)^\circ$ passo

O número total delas (S) será, evidentemente, a soma do número de comparações em cada passo:

$$S = (n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 1$$

Temos, então, uma progressão aritmética decrescente, de razão (-1), cuja soma é:

$$S = [(n-1) + 1](n-1)/2 = n(n-1)/2$$

5.2 - MÉTODO DA INSERÇÃO:

O processo tem início com um grupo de apenas um elemento, para o qual não há comparações a serem feitas. Estas se iniciam quando ocorre a primeira inserção: dá-se uma comparação e pode haver uma troca, se o elemento inserido for menor do que aquele que já estava no grupo. Um novo número é inserido e poderão ocorrer uma ou duas comparações.

Na situação mais desfavorável, em que queremos obter uma seqüência crescente e os números originais encontram-se em ordem decrescente, teremos:

- a) Uma comparação na 1ª inserção;
- b) Duas comparações na 2ª inserção;

e assim por diante, até

- c) (n-1) comparações na (n-1)ª inserção.

Como o primeiro grupo é formado pelo primeiro elemento à esquerda, se a seqüência é constituída de n números, haverá, portanto, (n-1) inserções.

O número máximo de comparações será:

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = n(n-1)/2$$

como no processo anterior.

Se a seqüência estiver originalmente ordenada de forma crescente e o nosso objetivo for ordená-la dessa forma, haverá apenas (n-1) comparações.

5.3 - MÉTODO DA BOLHA:

O primeiro passo no método da bolha consiste em levar o maior número da seqüência para a posição mais à direita (caso desejarmos ordená-la de modo crescente). Em seguida, o segundo maior número (ou igual ao anterior) deverá ser deslocado para a penúltima posição à direita e assim por diante.

Se a lista de números já se encontra ordenada de forma crescente, ocorrerão (n-1) comparações apenas e nenhuma troca de posição entre eles. Na situação inversa, quando a lista de números encontra-se em ordem decrescente, teremos:

- a) (n-1) comparações na primeira etapa;
- b) (n-2) comparações na segunda etapa;

até atingirmos

- c) Uma comparação na (n-1)^a etapa.

O número total delas, será:

$$S = (n-1) + (n-2) + \dots + 1 = n(n-1)/2$$

como ocorreu para os métodos da seleção e da inserção.



IRINEU GOMES VARELLA - Astrônomo nascido em São Paulo em 07 de setembro de 1952. É formado em Física e em Matemática pela Universidade de São Paulo e com Pós-Graduação em Astronomia pela Universidade de São Paulo e pela Universidade Cruzeiro do Sul. Iniciou sua carreira no Planetário e Escola Municipal de Astrofísica de São Paulo em 1968, tendo sido Diretor Geral da Instituição de 1980 a 2002. Ministrou mais de uma centena de cursos e dezenas de palestras de Astronomia. Colaborou durante vários anos na edição do Anuário Astronômico do Instituto Astronômico e Geofísico da USP. Escreveu dezenas de textos de divulgação e ensino de Astronomia publicados pelo Planetário de São Paulo e em jornais, revistas e outros periódicos de vários lugares do Brasil. Atualmente é professor da Escola Municipal de Astrofísica de São Paulo e ministra a disciplina "Sistema Solar" no curso de Pós-Graduação em Astronomia da Universidade Cruzeiro do Sul.